

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Управление данными и машинное обучение
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.15.02 Алгебра и геометрия
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2021

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

- На практическом занятии студенты решают задачи под руководством преподавателя. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы.
- Практические занятия посвящены изучению наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности студентов по изучаемой дисциплине.
- В ходе подготовки к практическим занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.
- Можно подготовить свой конспект ответов по рассматриваемой тематике, подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на занятие. Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.

1.3 Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.
- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:
 - изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
- Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит

студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.

- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.
- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

I.4. Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде коллективных решений творческих задач (кейс-заданий по тематикам дисциплины).
- Коллективные решения творческих задач. Под творческими заданиями понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют несколько подходов, несколько методов решения.

I.5. Методические рекомендации по решению тестовых заданий

- Тестовая система предусматривает вопросы/задания, на которые обучающийся должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность.
- При отсутствии какого-либо одного ответа на вопрос, предусматривающий множественный выбор, весь ответ считается неправильным.
- Ответы правильные выделяются в тесте подчеркиванием или любым другим допустимым символом.

I.6. Методические рекомендации по решению задач

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особого тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют

числовые значения (если они даны). В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.

- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие. Само решение следует сопровождать необходимыми расчетами и пояснениями с указанием применяемых формул, анализом и выводами.
- Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво без помарок, зачеркиваний и сокращений слов.

I.7. Методические указания по подготовке к решению кейсов – практических ситуаций

- Кейс (в переводе с англ. – случай) представляет собой проблемную ситуацию, предлагаемую студентам в качестве задачи для анализа и поиска решения. Обычно кейс содержит схематическое словесное описание ситуации, статистические данные, а также мнения и суждения о ситуациях, которые трудно предсказать или измерить. Кейс, охватывает такие виды речевой деятельности как чтение, говорение и письмо.
- Кейсы наглядно демонстрируют, как на практике применяется теоретический материал. Данный материал необходим для обсуждения предлагаемых тем, направленных на развитие навыков общения и повышения профессиональной компетенции. Зачастую в кейсах нет ясного решения проблемы и достаточного количества информации.
- Анализ кейса должен осуществляться в определенной последовательности:
 - Выделение проблемы.
 - Поиск фактов по данной проблеме.
 - Рассмотрение альтернативных решений.
 - Выбор обоснованного решения.

I.8. Методические рекомендации по выполнению домашних и индивидуальных заданий

- Домашние/индивидуальные задания по курсу выполняются обучающимися самостоятельно в отдельной тетради или в тетради для практических занятий.
- Домашние/индивидуальные задания ориентированы на закрепление теоретического материала, изученного в ходе лекционного занятия и отработанного на практических занятиях по каждой теме курса.
- При выполнении домашнего/индивидуального задания обучающийся должен повторить теоретический материал лекции по данной теме; разобрать задания, выполненные на практическом занятии; записать условие задания в тетрадь; полно и с обоснованием действий выполнить решение заданий; при необходимости привести необходимые уточнения (формулы, теоремы, утверждения), на основе которых проводилось решение; записать ответ или вывод.
- Все индивидуальные задания необходимо защитить в устной форме, ответив на вопросы преподавателя по выполнению заданий и обоснованию приведенного решения.

I.9. Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

- Контрольные работы по данной дисциплине выполняются в отдельных тетрадях для контрольных работ или на отдельных листах, которых хранятся у преподавателя; в них же обучающийся выполняет работу над допущенными ошибками в случае неудовлетворительного выполнения контрольной работы или дополнительное задание для допуска к пересдаче контрольной работы.
- Контрольная работа считается зачтенной, если правильно выполнено не менее 60% заданий.
- Задания контрольной работы выполняются аккуратно, последовательно, обоснование решения и ответ обязательны в каждом задании.

- При написании работы можно использовать черновик.
- При выполнении контрольных работ не допускается использование мобильных устройств, гаджетов, калькуляторов, учебной литературы.

I.10. Методические рекомендации по выполнению итогового (экзаменационного) теста

- Итоговый (экзаменационный) тест проводится в виде компьютерного тестирования.
- Для успешного прохождения итогового теста обучающиеся в режиме самоподготовки выполняют задания подготовительных тестов.
- Сложные задания, встречаемые в тестах, студенты могут выполнять на групповых и индивидуальных консультациях по предмету.
- Перед прохождением теста обучающийся должен повторить весь теоретический и практический материал курса, выучить основные формулы, определения, утверждения и теоремы, знать способы и методы решения ключевых заданий курса.

I.11. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзамена

- Экзамен осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать экзамен в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По дисциплине «Алгебра и геометрия» экзамен принимается по билетам, содержащим два теоретических вопроса. Экзаменационные билеты утверждаются на заседании кафедры.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.
- При явке на экзамен студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале экзамена.
- Рекомендуется при подготовке к экзамену опираться на следующий план:
 1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к экзамену.
 2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
 3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания к ней. При этом для эффективного закрепления информации прорешать тест первый раз лучше без использования учебных материалов, второй раз с их использованием.
 4. И так далее по остальным темам.

II. Планы практических занятий

Модуль 1: Линейная алгебра

План

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица.
2. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.
3. Определители второго и третьего порядка. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Методы вычисления определителей.
5. Системы линейных уравнений. Применение матриц и определителей к решению систем линейных алгебраических уравнений.
6. Теорема Кронекера – Капели. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Решение однородных систем уравнений.
8. Формулы Крамера.

Литература: [1, с. 13-73]; [3, с. 3-29]; [5, с. 7-90].

Пример кейс-задания для коллективного решения:

I подзадача. Решить системы уравнений:

$$1. \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x + 5y = -9 \end{cases}$$

II подзадача. Представить системы уравнений в матричной форме:

$$4. \begin{cases} x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 4y - 2z = 8 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - 2y + 4z = 11 \\ 3x + 2y + 3z = 8 \\ 2x + 5z = 11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 7y + 4z = -2 \end{cases}$$

III подзадача. Решить системы уравнений каждым из известных методов решения:

$$7. \begin{cases} x - 2y + 4z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 5 \\ 2x - 4y + 5z = -3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 4y + 3z = 9 \\ 3x + 2y + z = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 4 \\ 3x + 5y + 2z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = -6 \end{cases}$$

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать определение матрицы.
2. Перечислить виды матриц.
3. Какие операции выполнимы над матрицами?
4. Перечислить элементарные преобразования матриц.
5. В каком случае выполнима операция умножения двух матриц?
6. Какими способами можно вычислить определитель третьего порядка?
7. Перечислите основные свойства определителей.
8. Назовите условие существования обратной матрицы.
9. Перечислите способы решения систем линейных уравнений.
10. При каком условии можно решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы?

Задания для самостоятельной работы:

Вычислить определители:

$$1. \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} a & -1 \\ a^2 & a \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$11. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 12 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

$$14. \begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$15. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} 4 & 6 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 4 & 8 & -4 & 3 \\ 8 & 4 & -2 & 1 \\ -3 & -4 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$18. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Найти x из уравнений:

$$19. \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$20. \begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

21. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. Найти: а) $A+B$, б) $2A$, в) $2A+3B$, г) $2B-A$, д) AB , е) A^2+3E , ж) $AB-BA$.

22. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти: а) $5A-B$; б) $3A'-2B$; в) AB .

Найти произведение матриц:

$$23. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} (3 \ 2 \ 1)$$

25. Вычислить матрицу $D = (AB)' - C^2$, где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

26. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) $A^2+2B-3E$; б) $AB-BA$;

в) $(A-2B)^2$; г) A^2-B^2 ; д) $(A-B)(A+B)$.

27. Найти произведение матриц $ABC-3E$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (2 \ 0 \ 5), \quad E - \text{единичная матрица.}$$

28. Вычислить A^2 , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

29. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 6 & -5 & 9 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти обратные матрицы для следующих матриц:

$$30. \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \quad 31. \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad 32. \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \quad 33. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$34. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad 35. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad 36. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad 37. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Модуль 2: Векторная алгебра

План

1. Векторы на плоскости и в пространстве.
2. Линейные операции над векторами.
3. Проекция вектора на ось, ее свойства.
4. Линейная зависимость векторов. Базис.
5. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, приложения.

Литература: [1, с. 78-124]; [3, с. 30-66]; [5, с. 91-117].

Вопросы для самоконтроля:

1. Назовите линейные операции над векторами.
2. Записать формулу разложения вектора по ортам координатных осей.
3. Как найти координаты вектора?
4. Записать формулу нахождения длины вектора.
5. Каково условие коллинеарности векторов?
6. Приложения скалярного произведения.
7. Как найти площадь параллелограмма, зная координаты его вершин?
8. Перечислите основные задачи на применение смешанного произведения.

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Даны векторы \vec{a} и \vec{b} .

I подзадача. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

II подзадача. Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 6\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = \pi/3$.

III подзадача. При каком m векторы $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ перпендикулярны.

Задания для самостоятельной работы:

- Пример 1. Найдите угол между векторами $a = 2m + 4n$ и $b = m - n$, где m и n – единичные векторы и угол между m и n равен 120° .
- Пример 2. Зная векторы AB $(-3, -2, 6)$ и BC $(-2, 4, 4)$, вычислите длину высоты AD треугольника ABC .

Модуль 3: Аналитическая геометрия на плоскости

План

1. Метод координат на плоскости
2. Полярная система координат.
3. Основы аналитической геометрии на плоскости.
4. Уравнения прямой на плоскости.
5. Прямые на плоскости. Основные задачи.
6. Кривые второго порядка. Основные понятия.
7. Окружность. Эллипс.
8. Гипербола. Парабола.

Литература: [1, с. 128-181]; [2, с. 34-75, 76-101]; [3, с. 67-73, 92-106]; [5, с. 146-169].

Вопросы для самоконтроля:

1. Записать формулы взаимосвязи прямоугольных и полярных координат.
2. Основные задачи метода координат на плоскости. Основные приложения.
3. Записать уравнения прямой на плоскости.

4. Как находится угол между прямыми?
5. Записать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
6. Записать уравнение окружности.
7. Записать каноническое уравнение эллипса.
8. Исследовать форму гиперболы по ее уравнению.
9. Записать уравнения асимптот гиперболы.
10. Дать определение параболы, записать ее каноническое уравнение.

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Даны две точки: $A(5; -3)$; $B(-1; 6)$.

I подзадача. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки.

II подзадача. Вычислить угловой коэффициент прямой, проходящей через эти две точки.

III подзадача. Составить для полученной прямой уравнение в отрезках.

IV подзадача. Найти координаты середины отрезка AB .

V подзадача. Найти длину отрезка AB .

Задания для самостоятельной работы:

- Пример 1. Проходит ли прямая линия, заданная уравнением $3x - 4y + 11 = 0$, через точки с координатами: $(3; 5)$; $(-1; 2)$.
- Пример 2. Линия на плоскости задана уравнением $9x - 4y = 0$. Найти точки пересечения этой линии с осями координат.
- Пример 3. Записать уравнение прямой, образующей с положительным направлением оси Ox угол в 30° и пересекающей ось Oy в точке $(0; -4)$.
- Пример 4. Вычислить угловой коэффициент прямой, проходящей через две точки $A(5; -3)$; $B(-1; 6)$.
- Пример 5. Дана прямая $2x + 3y - 6 = 0$. Составить для нее уравнение в отрезках.
- Пример 6. Вычислить длину стороны квадрата, вписанного в эллипс $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
- Пример 7. Зная уравнение асимптот гиперболы $y = \pm 0,5x$ и одну из ее точек $M(12, 3\sqrt{3})$, составить уравнение гиперболы.
- Пример 8. Линия на плоскости задана уравнением $x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0$. Найти точки пересечения этой линии с осями координат.
- Пример 9. Найти координаты центра и радиус окружности: $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$.

Модуль 4: Аналитическая геометрия в пространстве

План

1. Уравнение плоскости. Плоскости и прямые в пространстве, поверхности в пространстве.
2. Метрические задачи, связанные с плоскостями.
3. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
4. Уравнение прямой в пространстве.
5. Взаимное расположение прямой и плоскости.
6. Взаимное расположение двух прямых.
7. Уравнение поверхности.
8. Различные виды уравнения прямой в пространстве.
9. Задачи, относящиеся к плоскостям, прямым в пространстве.

Литература: [1, с. 186-226]; [3, с. 74-91]; [5, с. 172-222].

Вопросы для самоконтроля:

1. Записать различные уравнения плоскости.
2. Записать различные уравнения прямой в пространстве.
3. Записать уравнение сферы.

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1; 0; 3)$, $A_2(2; -1; 3)$, $A_3(2; 1; 1)$, $A_4(1; 2; 5)$.

I подзадача. Найти длину ребра A_1A_2 .

II подзадача. Найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 .

III подзадача. Найти угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$.

IV подзадача. Найти площадь грани $A_1A_2A_3$.

V подзадача. Найти объем пирамиды.

VI подзадача. Найти уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Задания для самостоятельной работы:

- Пример 1. Составьте уравнение плоскости, зная, что точка $A(1, -1, 3)$ служит основанием перпендикуляра, проведенного из начала координат к этой плоскости.
- Пример 2. Составьте канонические уравнения прямой: $5x + y + z = 0$, $2x + 3y - 2z + 5 = 0$.
- Пример 3. Найти каноническое уравнение, если прямая задана в виде:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$$